



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PSK1-9

Název školy:	Vyšší odborná škola a Střední průmyslová škola, Božetěchova 3
Autor:	Ing. Marek Nožka
Anotace:	Princip funkce číslicové filtrace signálu
Vzdělávací oblast:	Informační a komunikační technologie
Předmět:	Počítačové sítě a komunikační technika (PSK)
Tematická oblast:	Principy přenosu informací
Výsledky vzdělávání:	Žák s pomocí obrázků ukazuje princip číslicové zpracování signálů
Klíčová slova:	FIR filter, číslicová filtrace
Druh učebního materiálu:	Online vzdělávací materiál
Typ vzdělávání:	Střední vzdělávání, 3. ročník, technické lyceum
Ověřeno:	VOŠ a SPŠE Olomouc; Třída: 3L
Zdroj:	Vlastní poznámky, Wikipedia, Wikimedia Commons

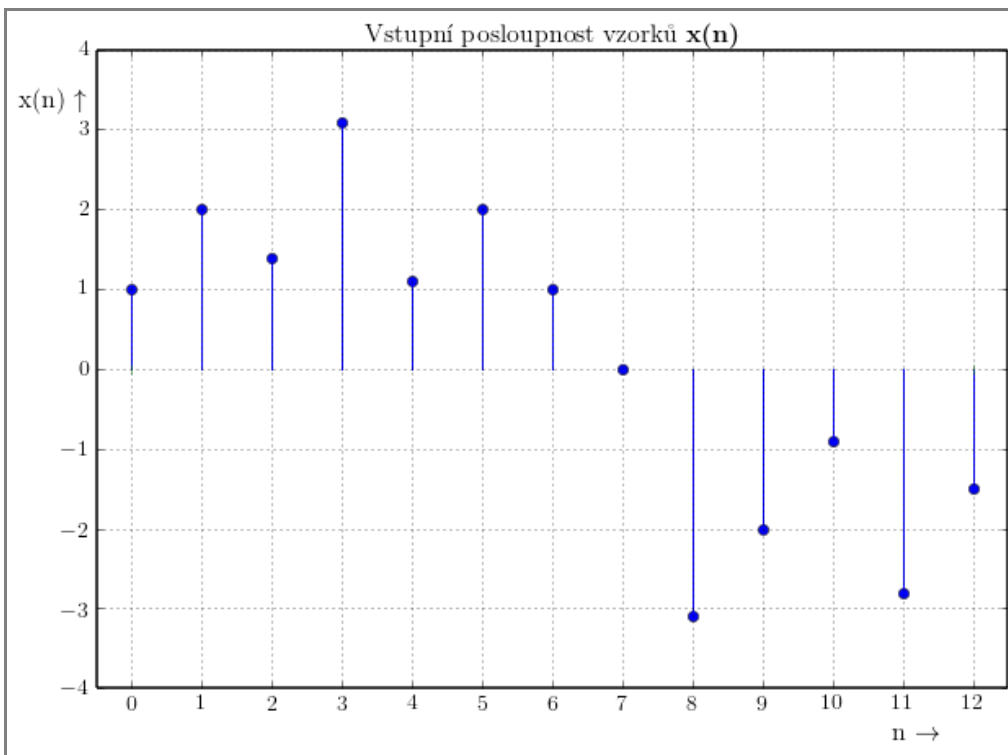
Číslicové zpracování signálů

Číslicový signál

Číslicový signál je "pouhá" posloupnost vzorků, tedy posloupnost čísel. V našem příkladu označíme vstupní posloupnost $x(n)$. n je pořadí vzorku.

```
x=[ 1, 2, 1.4, 3.1, 1.1, 2, 1, 0, -3.1, -2, -0.9, -2.8, -1.5 ]
```

Graficky znázornit vstupní posloupnost můžeme takto:

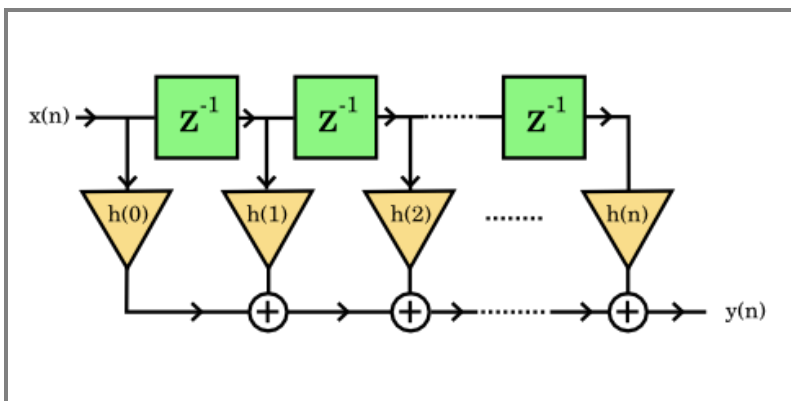


Číslicový filtr, systém

Filtr obecně slouží ke změně časového průběhu nebo frekvenčního spektra signálu. Číslicovým filtrem pracuje na následujícím principu: Filtr bere vstupní vzorky, jednotlivé vzorky váhuje (vynásobí je příslušnou konstantou) a sečte je. Výsledkem je výstupní posloupnost $y(n)$.

Příslušné konstanty -- váhy jednoznačně určují vlastnosti filtru a jejich velikost je předmětem návrhu filtru.

Obecné schéma číslicového filtru vidíme na následujícím obrázku. (Schéma je zjednodušené a nezahrnuje zpětné vazby.)



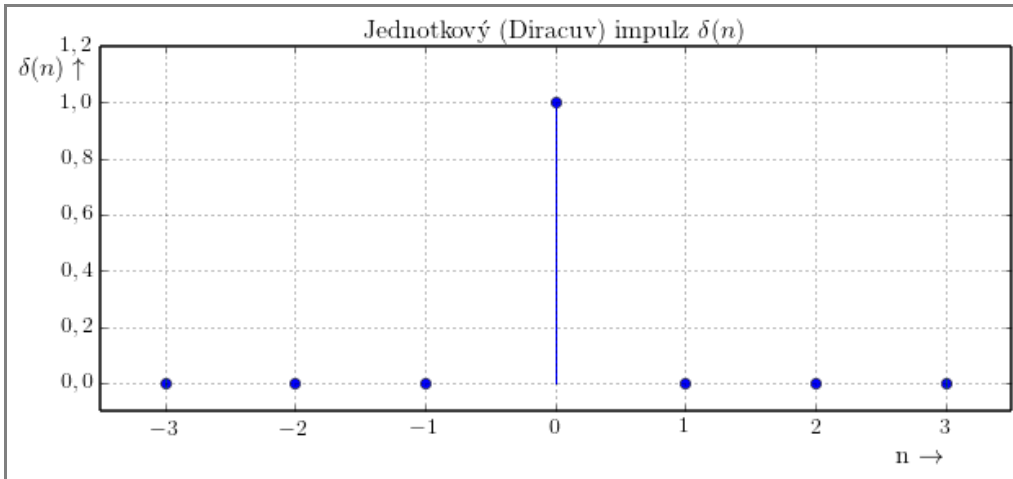
Z^{-1} označuje zpoždění o jeden vzorek (jeden takt). To znamená, že číslicový systém musí mít paměť a pracovat nejen s aktuálním vzorkem, ale i s několika vzorky předešlými.

$h(n)$ označuje konstantu (váhu), kterou je příslušný vstupní vzorek vynásoben. Právě tyto váhy příslušný filtr (systém) jednoznačně charakterizují a určují jeho chování. Říkáme jim **impulzní charakteristika** $h(n)$.

Impulzní charakteristika

Impulzní charakteristika $h(n)$ je obecně odezva na tzv. jednotkový

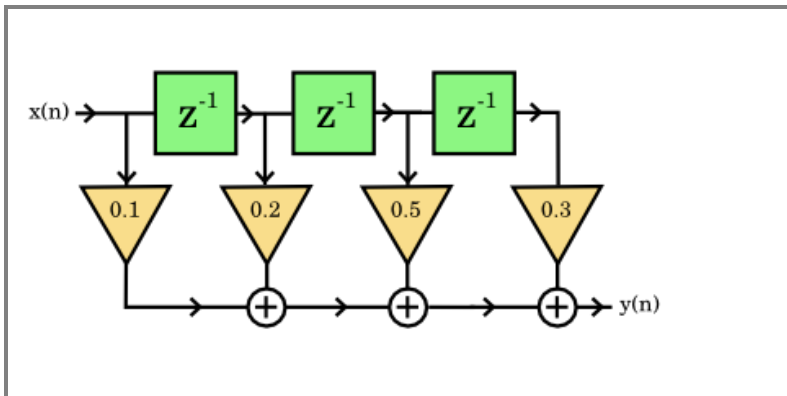
impulz. **Jednotkový impulz** je jediný vzorek o hodnotě jedna.



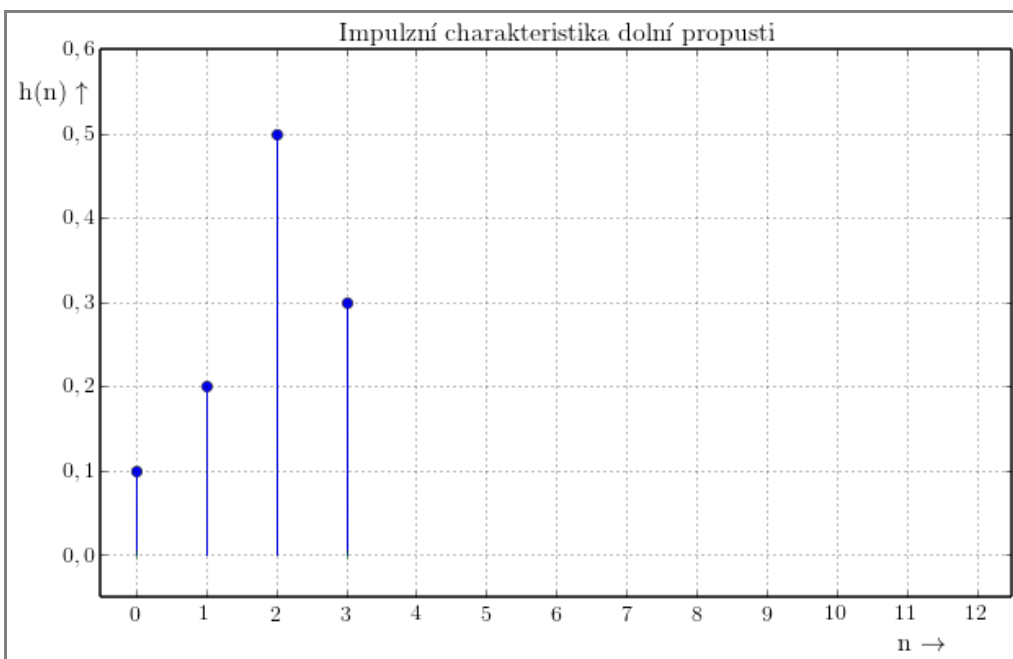
Mějme následující filtr:

$$h(n) = [0.1, 0.2, 0.5, 0.3]$$

... jeho vnitřní uspořádání, by se dalo nakreslit asi takto:

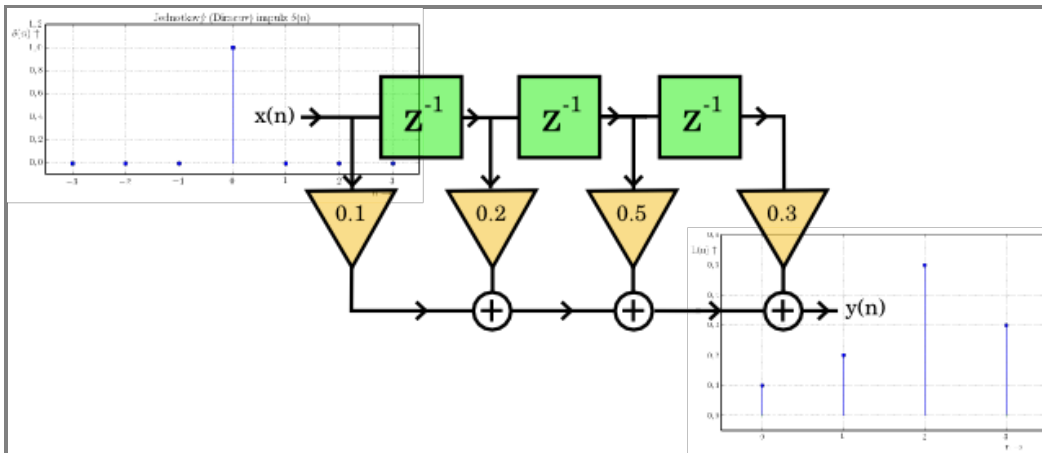


Jestliže přivedeme na vstup tohoto systému jednotkový impulz
 tedy $x(n) = \delta(n)$
 potom na výstupu dostáváme impulzní charakteristiku
 tedy $y(n) = h(n)$



- v okamžiku $n = 0$ se uplatní pouze váha $h(0) = 0.1$
- v okamžiku $n = 1$ se uplatní pouze váha $h(1) = 0.2$
- v okamžiku $n = 2$ se uplatní pouze váha $h(2) = 0.5$
- v okamžiku $n = 3$ se uplatní pouze váha $h(3) = 0.3$

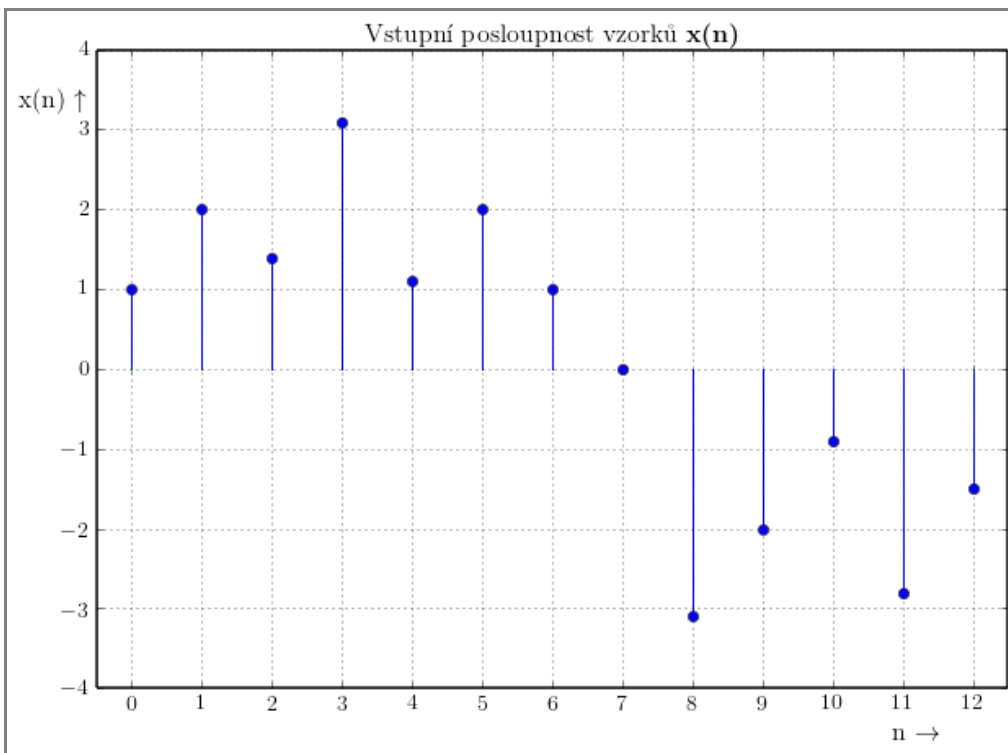
(Ostatní váhy jsou vždy násobeny nulou.)



Průchod signálu filtrem

Nyní přivedeme na vstup filtru posloupnost $x(n)$.

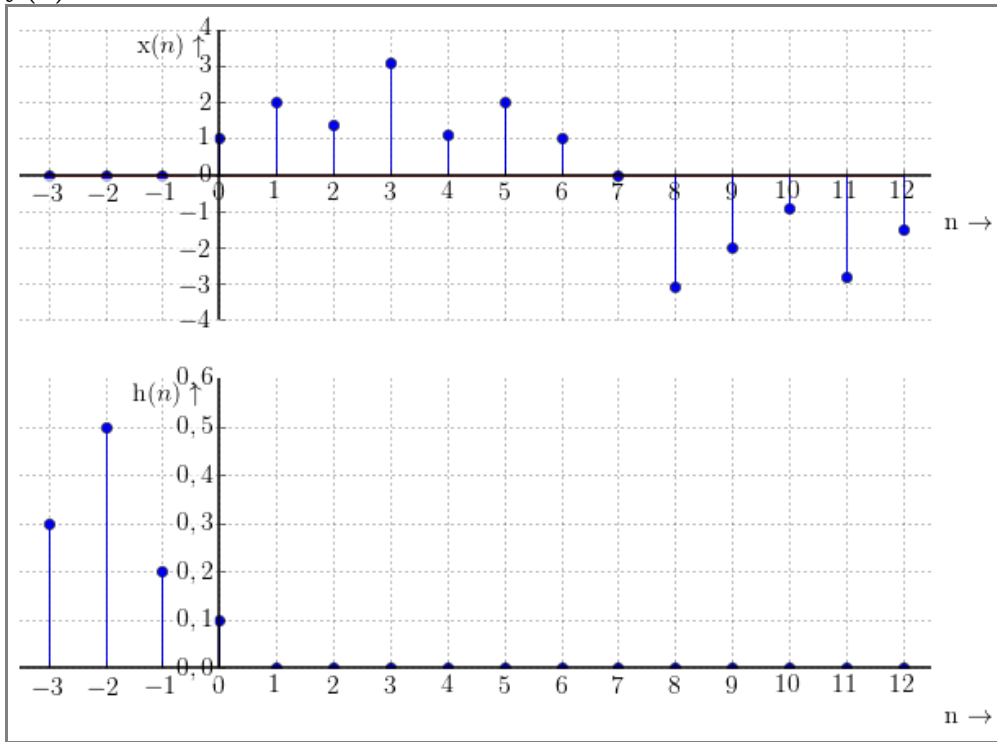
$x = [1, 2, 1.4, 3.1, 1.1, 2, 1, 0, -3.1, -2, -0.9, -2.8, -1.5]$



Průchod filtru můžeme znázornit následujícím způsobem: Dáme pod sebe vstupní posloupnost $x(n)$ a časově převrácenou impulzní charakteristiku $h(n)$ a budeme násobit vždy vzorky, které jsou pod sebou. (Toto odpovídá matematické operaci konvoluce).

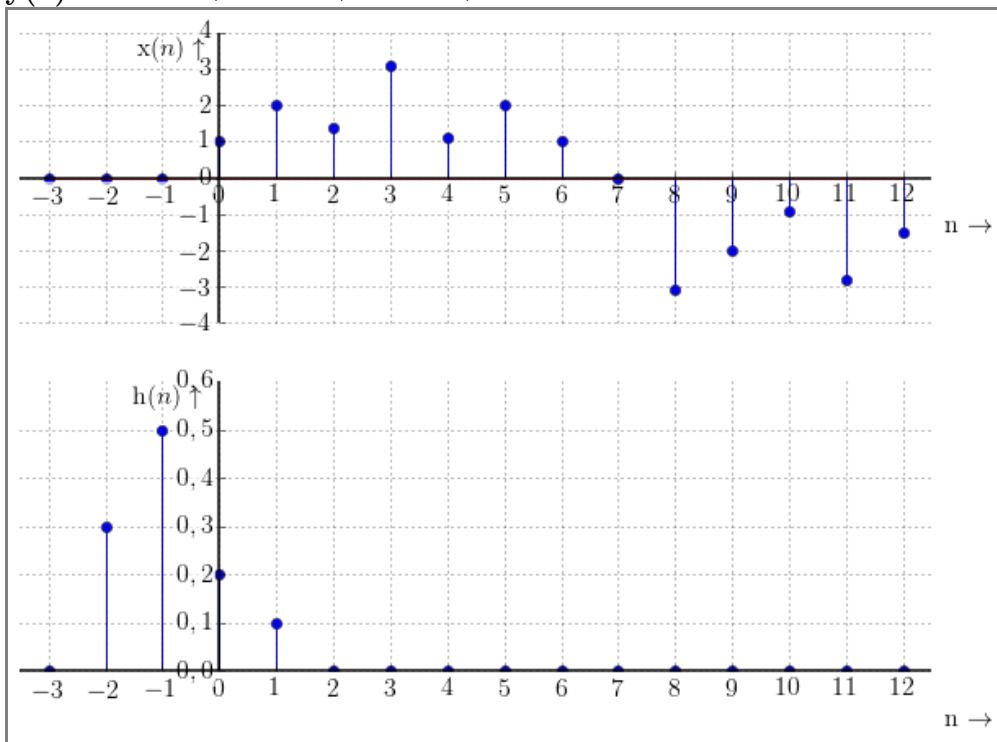
krok $n = 0$

$$y(0) = 0.1 \cdot 1 + 0.2 \cdot 0 + 0.5 \cdot 0 + 0.3 \cdot 0 = 0.1$$



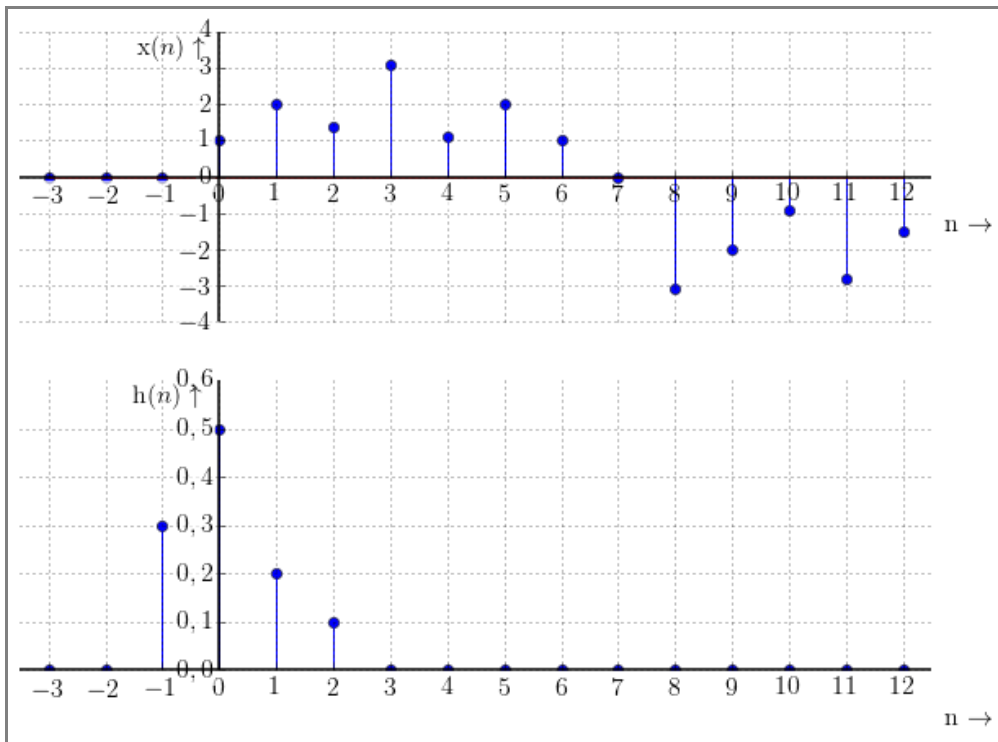
krok $n = 1$

$$y(1) = 0.1 \cdot 2 + 0.2 \cdot 1 + 0.5 \cdot 0 + 0.3 \cdot 0 = 0.4$$



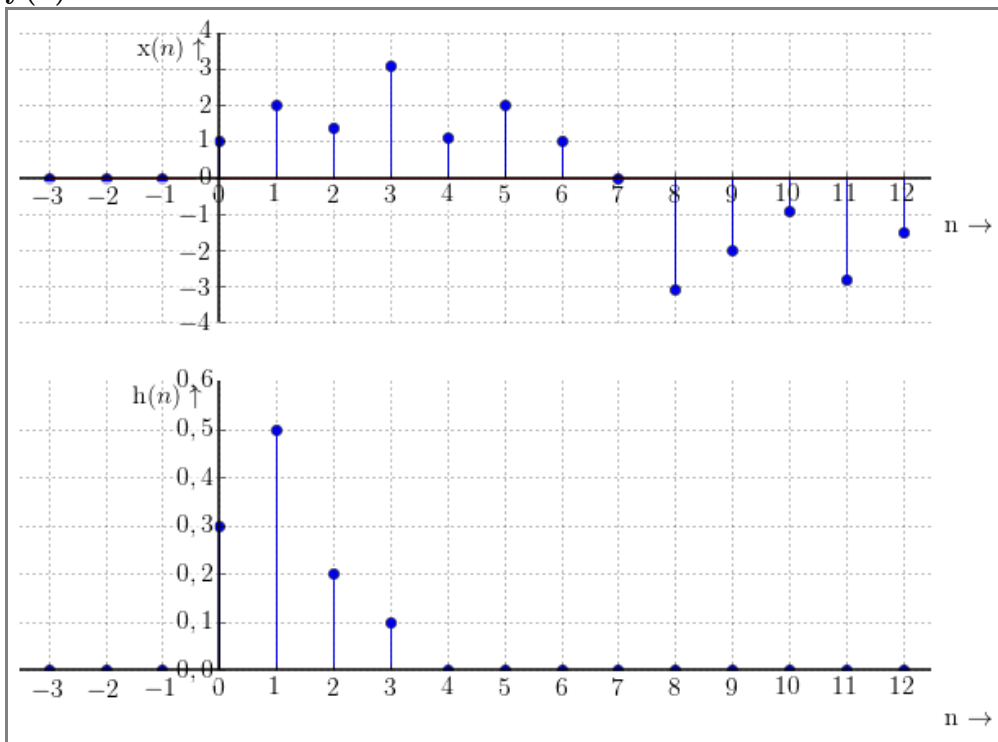
krok $n = 2$

$$y(2) = 0.1 \cdot 1.4 + 0.2 \cdot 2 + 0.5 \cdot 1 + 0.3 \cdot 0 = 1.04$$



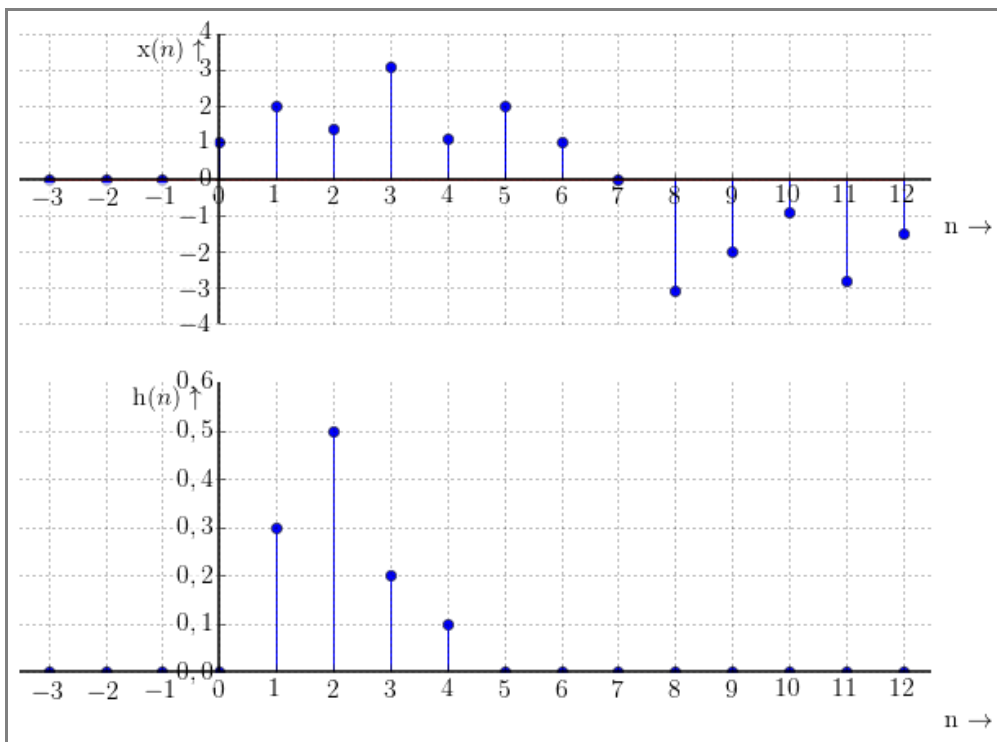
krok $n=3$

$$y(3) = 0.1 \cdot 3.1 + 0.2 \cdot 1.4 + 0.5 \cdot 2 + 0.3 \cdot 1 = 1.89$$



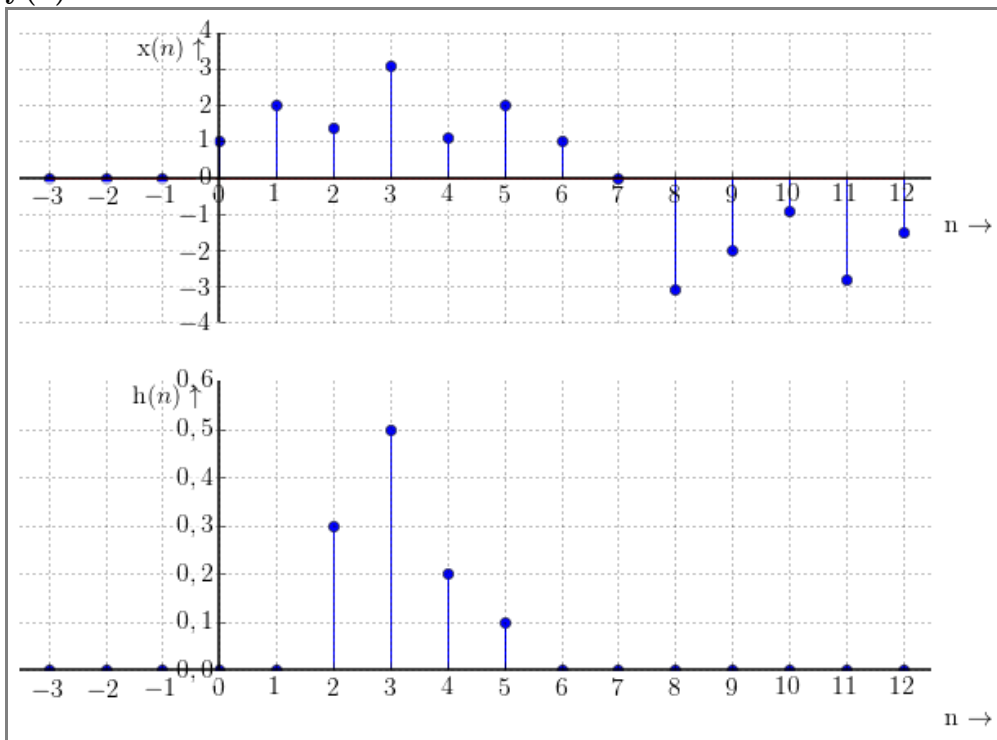
krok $n=4$

$$y(4) = 0.1 \cdot 1.1 + 0.2 \cdot 3.1 + 0.5 \cdot 1.4 + 0.3 \cdot 2 = 2.03$$



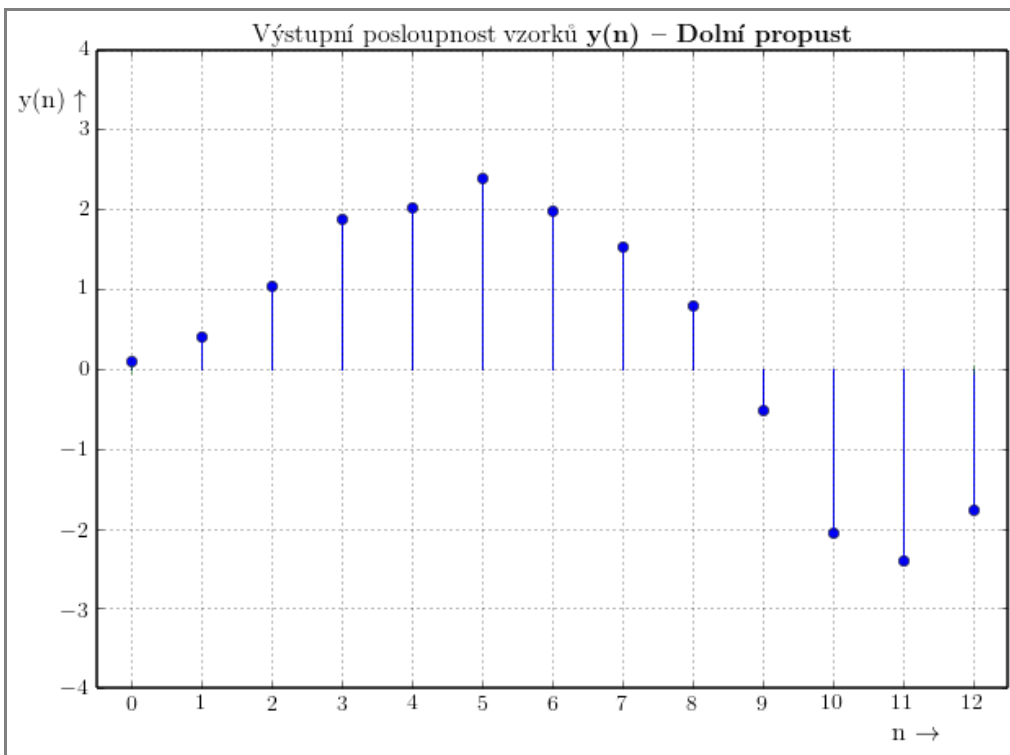
krok $n=5$

$$y(5) = 0.1 \cdot 2 + 0.2 \cdot 1.1 + 0.5 \cdot 3.1 + 0.3 \cdot 1.4 = 3.29$$



Výsledkem je posloupnost zobrazená na následujícím obrázku. Vidíme, že výstupní posloupnost připomíná funkci sinus. Filtr se tedy očividně chová jako dolní propust.

$$y(n) = [0.1, 0.4, 1.04, 1.89, 2.03, 2.39, 1.98, 1.53, 0.79, -0.52, -2.04, -2.39, -1.76]$$



V této prezentaci se pokouším o prvotní přiblížení problematiky středoškolským studentům a proto zde záměrně opomím zpětné vazby a systémy s nekonečně dlouhou impulzní odezvou.

Python kód, který vytvořil obrázky:

Cislicovy filtr