



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

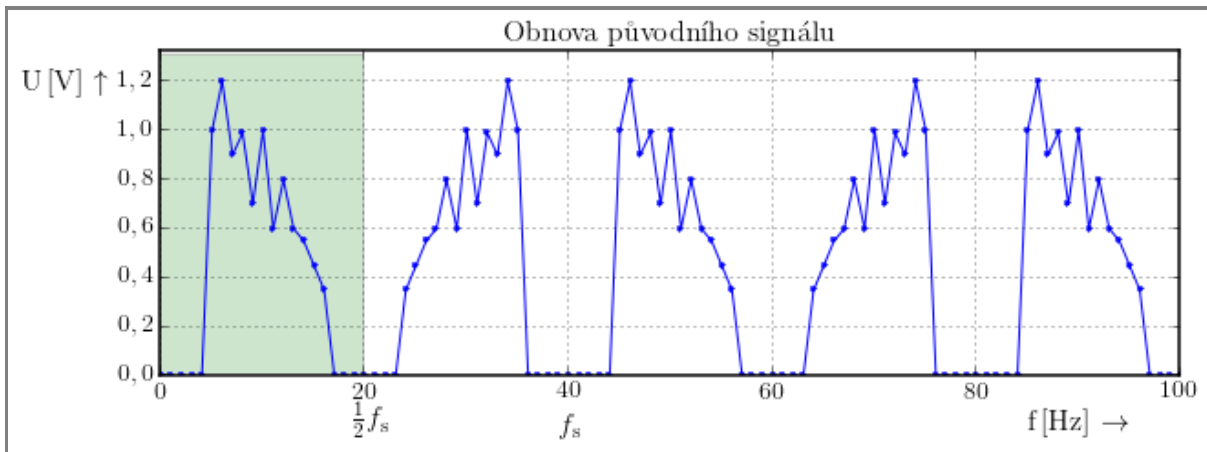
## PSK1-7

Název školy:	Vyšší odborná škola a Střední průmyslová škola, Božetěchova 3
Autor:	Ing. Marek Nožka
Anotace:	Vznik a potlačení aliasingu
Vzdělávací oblast:	Informační a komunikační technologie
Předmět:	Počítačové sítě a komunikační technika (PSK)
Tematická oblast:	Principy přenosu informací
Výsledky vzdělávání:	Žák objasňuje důvody vzniku aliasingu, důsledky aliasingu a metody předcházení aliasingu
Klíčová slova:	aliasing, vzorkování, digitalizace signálu
Druh učebního materiálu:	Online vzdělávací materiál
Typ vzdělávání:	Střední vzdělávání, 3. ročník, technické lyceum
Ověřeno:	VOŠ a SPŠE Olomouc; Třída: 3L
Zdroj:	Vlastní poznámky

# Aliasing

## Vzorkovací theorem

Bylo ukázáno, že při vzorkování dochází ke kopírování frekvenčního spektra vzorkovaného signálu s periodou  $\frac{1}{2}f_s$ .



Aby nedošlo ke ztrátě dat musí být maximální frekvence vzorkovaného signálu menší než je polovina vzorkovací frekvence. Tomuto pravidlu se říká **Vzorkovací theorem** a matematicky ho lze zapsat jako

$$f_{\max} \leq \frac{f_s}{2}$$

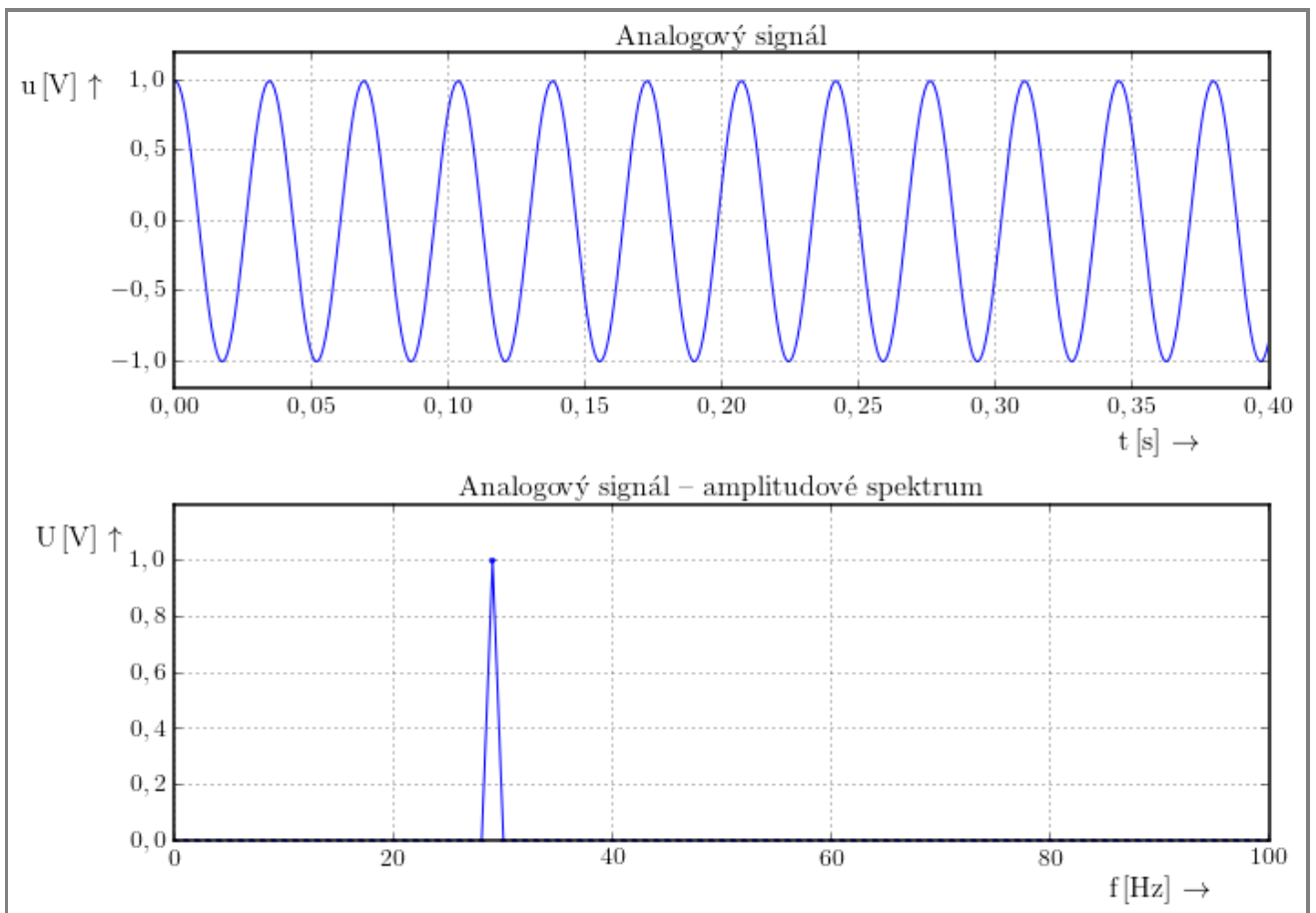
Jinými slovy: V každé periodě vzorkovaného signálu musíme vzít alespoň dva vzorky.

V praxi se tedy vzorkovací frekvence volí dvakrát větší než je maximální požadovaná přenášená frekvence plus ještě malá rezerva. V telekomunikacích je to např. 8 kHz neboť je třeba přenášet pouze signály ve standardním telefonním pásmu (od 0,3 do 3,4 kHz). Například u záznamu na CD je to 44,1 kHz neboť průměrné zdravé lidské ucho slyší maximálně cca do 20 kHz a tudíž vzorkovací frekvence 44,1 kHz byla zvolena s určitou rezervou.

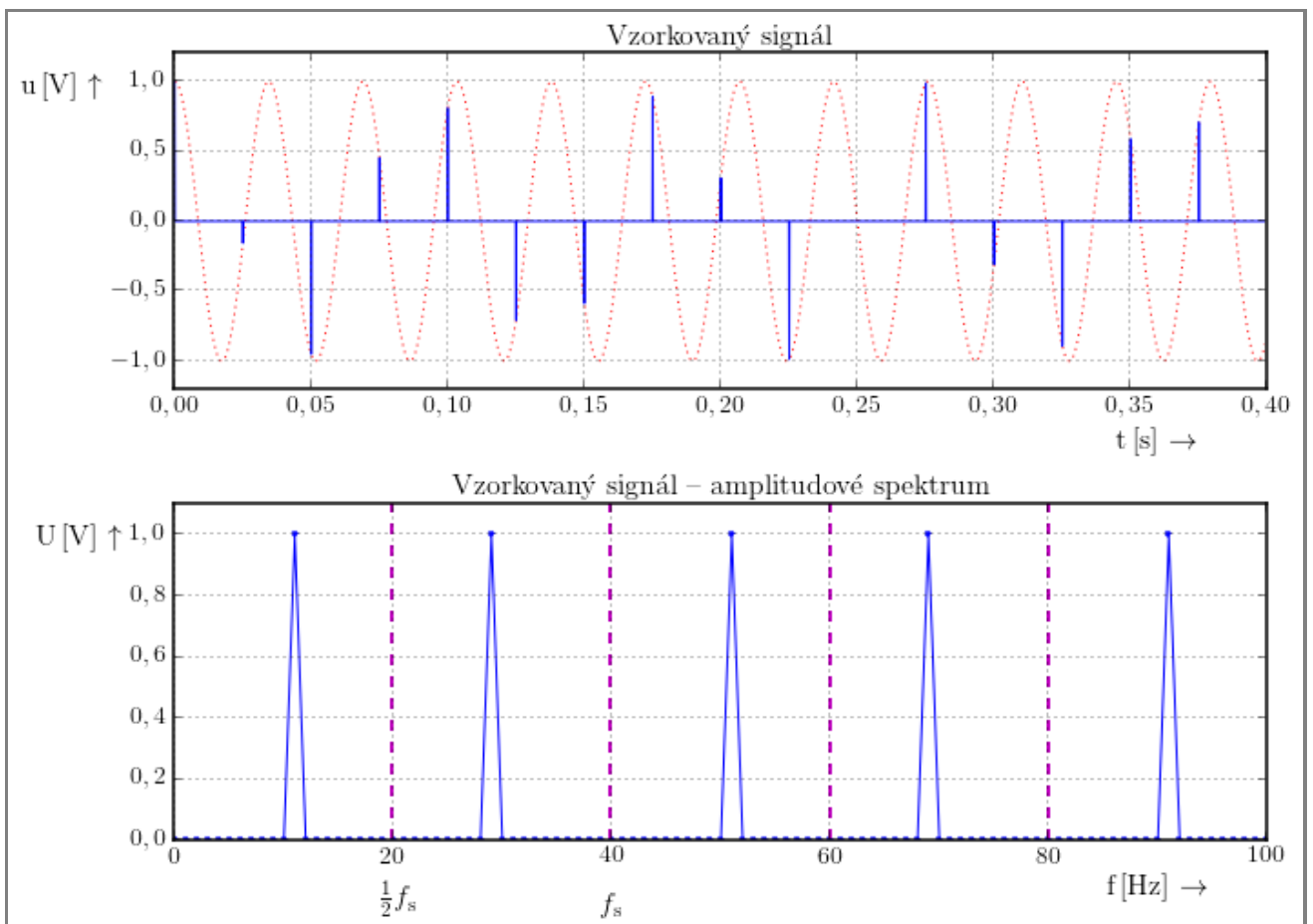
## Vznik aliasingu

Aliasing vzniká při nedodržení vzorkovacího theoremu. To je tehdy když vzorkujeme příliš pomalu.

Mějme harmonický signál o frekvenci  $f = 29 \text{ Hz}$ .



Tento signál budeme vzorkovat frekvencí  $f_s = 40$  Hz. (Touto vzorkovací frekvencí bychom měli vzorkovat signál maximálně o frekvenci  $f_{\max} = 20$  Hz.)

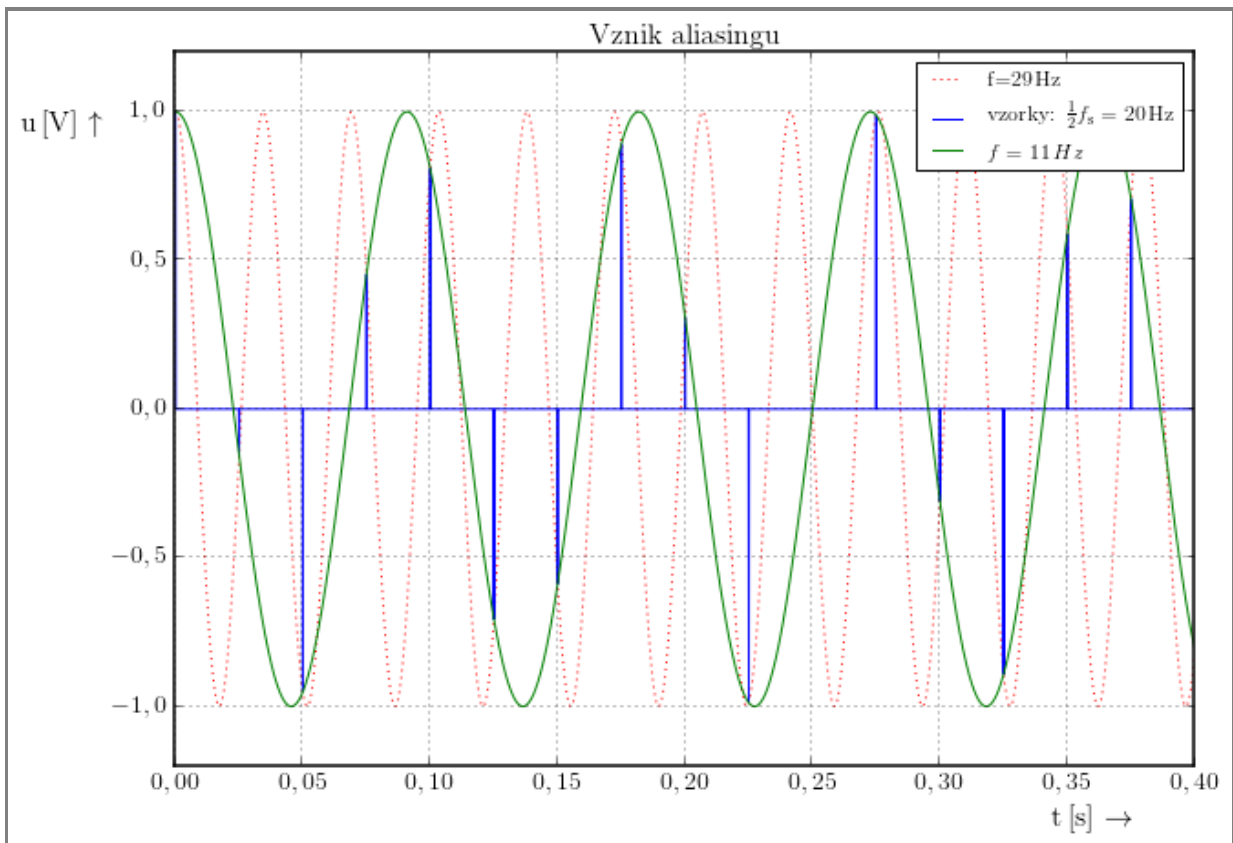


Dojde ke známému efektu: spektrum se začne kopírovat. To ale

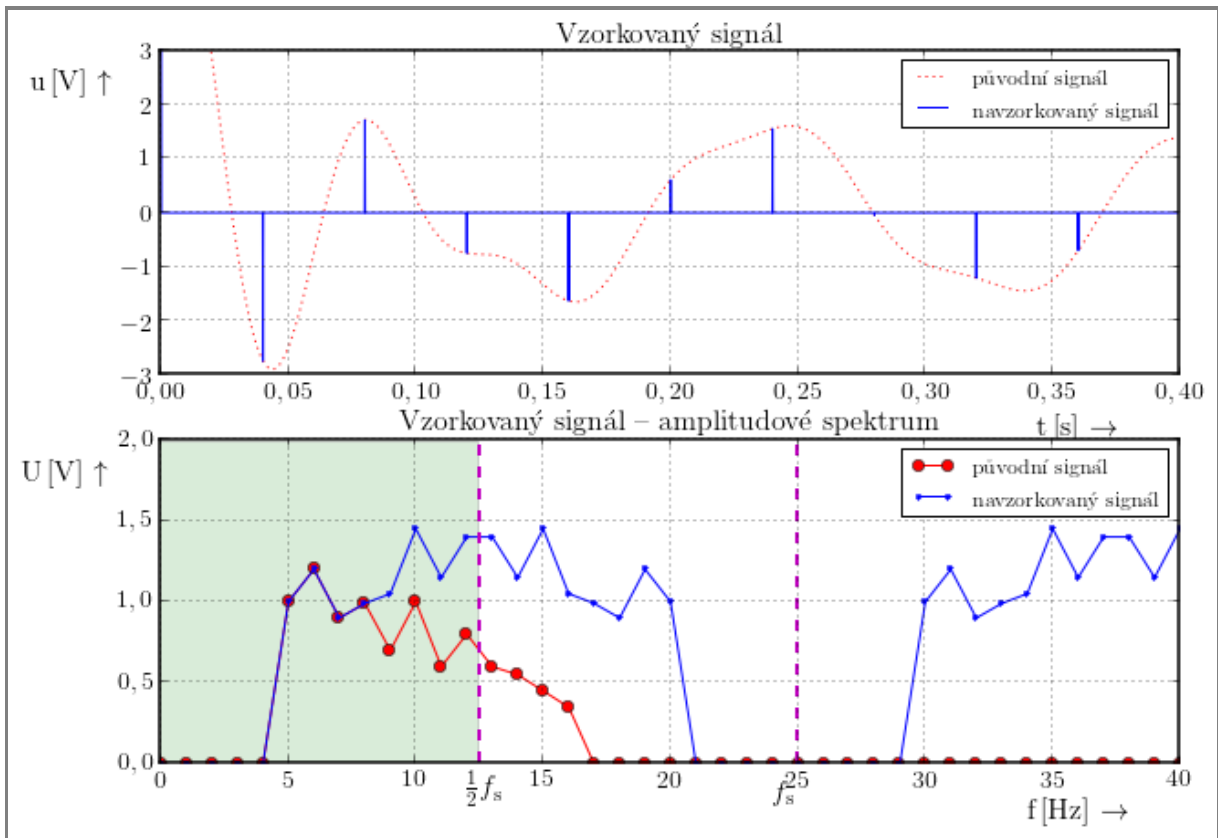
znamená, že z původní spektrální čáry na frekvenci 29 Hz je najednou spektrální čára na frekvenci 11 Hz.

Jestliže takto špatně/pomalou vzorkovaný signál přivedeme na obnovovací dolní propust o mezním kmitočtu  $f_m = \frac{f_s}{2}$  stane se z původní sinusovky o frekvenci 29 Hz sinusovka o frekvenci 11 Hz.

Pokud se na problém podíváme v časové oblasti, zjistíme, že při pomalém vzorkování pro jednu sadu vzorků existují dvě sinusovky.



Podobný efekt můžeme pozorovat i u signálu, který obsahuje více harmonických složek: Signál jehož maximální frekvence je 16 Hz vzorkujeme frekvencí 25 Hz.

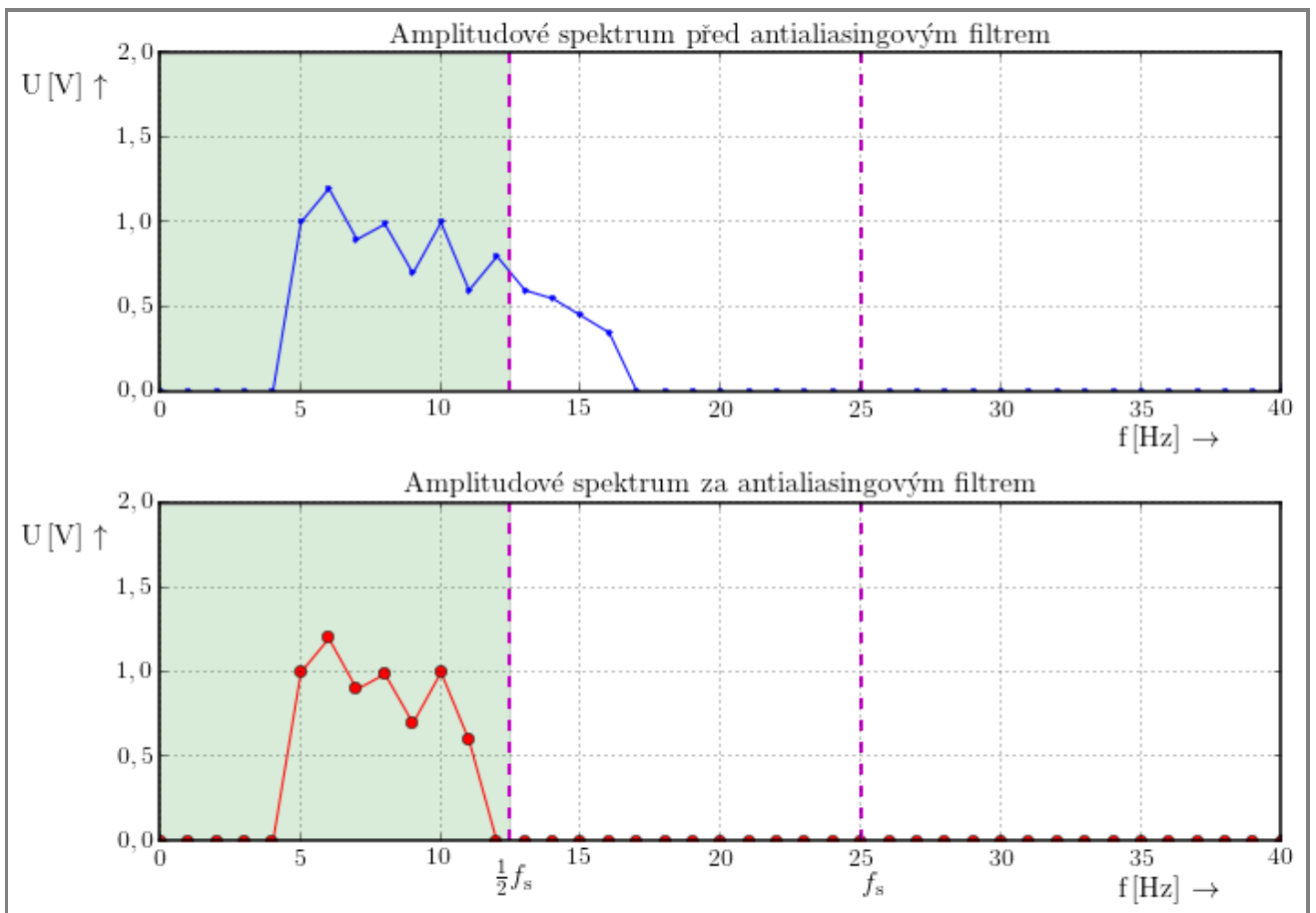


Vidíme, že začátek spektra původního a navzorkovaného signálu se překrývá ale jak se blížíme k frekvenci  $\frac{f_s}{2}$  je spektrum porušeno aliasingem.

## Antialiasingový filtr

Antialiasingový filtr má zabránit aliasingu. To znamená, že má před vzorkováním omezit frekvenční spektrum signálu tak, aby byl splněn vzorkovací theorem. Jde opět o **dolní propust s mezním kmitočtem nastaveným pod polovinu vzorkovacího kmitočtu**:

$$f_m \leq \frac{f_s}{2}$$



*Python kód, který vytvořil obrázky:*

Aliasing