



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

PSK1-1

Název školy:	Vyšší odborná škola a Střední průmyslová škola, Božetěchova 3
Autor:	Ing. Marek Nožka
Anotace:	Úvod do harmonické analýzy
Vzdělávací oblast:	Principy přenosu informací
Předmět:	Počítačové sítě a komunikační technika (PSK)
Tematická oblast:	Harmonická analýza
Výsledky vzdělávání:	Žák rozlišuje časovou a frekvenční oblast
Klíčová slova:	harmonická analýza, časová oblast, frekvenční oblast, harmonické složky
Druh učebního materiálu:	Online vzdělávací materiál
Typ vzdělávání:	Střední vzdělávání, 3. ročník, technické lyceum
Ověřeno:	VOŠ a SPŠE Olomouc; Třída: 3L
Zdroj:	Vlastní poznámky

Harmonická analýza

Harmonické složky

Jakýkoli **periodický signál libovolného tvaru** lze rozložit na součet **nekonečně mnoha harmonických signálů** (harmonický = sinus nebo cosinus). Vždy platí, že frekvence každé této tzv. harmonické složky je celočíselným násobkem základní frekvence signálu.

Například obdélníkový signál o kmitočtu 15Hz můžeme získat složením (teoreticky nekonečně mnoha) signálů tvaru cosinus o kmitočtech 15Hz, 30Hz, 45Hz, 60Hz... atd.

Každá z těchto harmonických složek má jinou *amplitudu* a jinou *počáteční fázi*, Amplitudy a fáze můžeme zakreslit do grafu. Získáme tzv. **amplitudové frekvenční spektrum** a **fázové frekvenční spektrum**.

Matematicky můžeme tedy libovolný časový průběh napětí zapsat jako:

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + U_2 \cos(2\omega_1 t + \varphi_2) + U_3 \cos(3\omega_1 t + \varphi_3) + \dots$$

Kde:

$U_1, U_2 \dots$ jsou amplitudy jednotlivých harmonických složek.

$\varphi_1, \varphi_2 \dots$ jsou počáteční fáze jednotlivých harmonických složek.

$\omega_1 = 2\pi f_1$ je (úhlová) frekvence první harmonické složky.

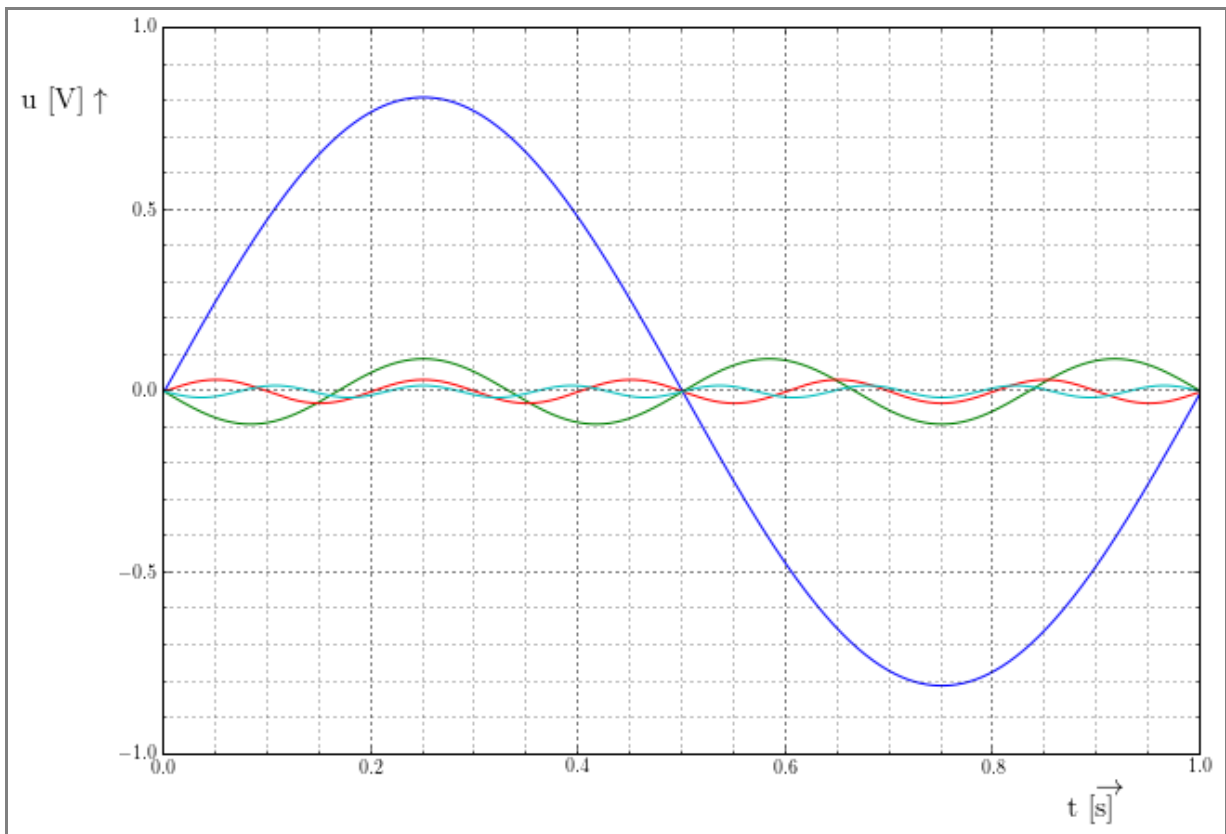
Dále platí:

$T_1 = \frac{1}{f_1} = \frac{2\pi}{\omega_1}$ je perioda původního – rozkládaného – časového průběhu a f_1 je jeho frekvence.

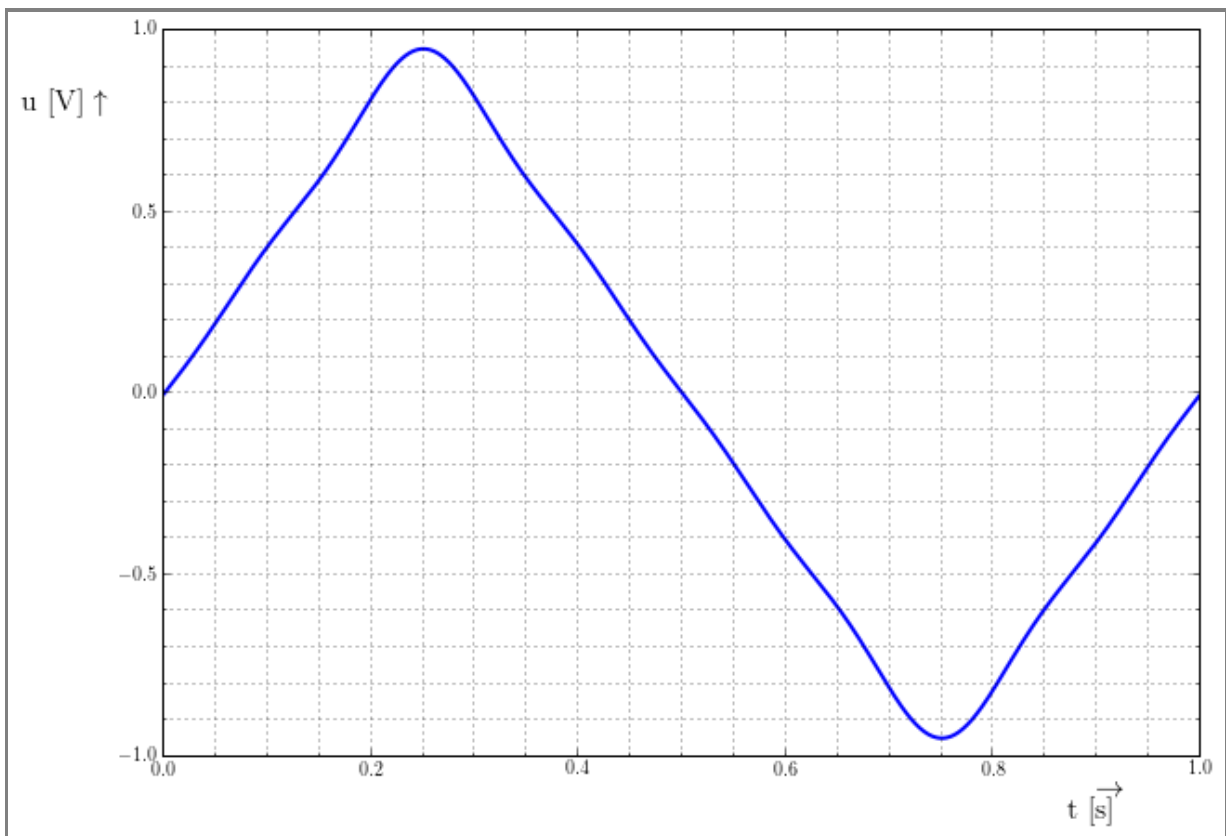
Například trojúhelníkový (lineární) časový průběh můžeme popsat následujícím vztahem:

$$u(t) = \frac{8}{\pi^2} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \frac{8}{(3\pi)^2} \cos\left(3\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{8}{(5\pi)^2} \cos\left(5\omega t - \frac{\pi}{2}\right) + \dots$$

Po sečtení jednotlivých harmonických napětí...

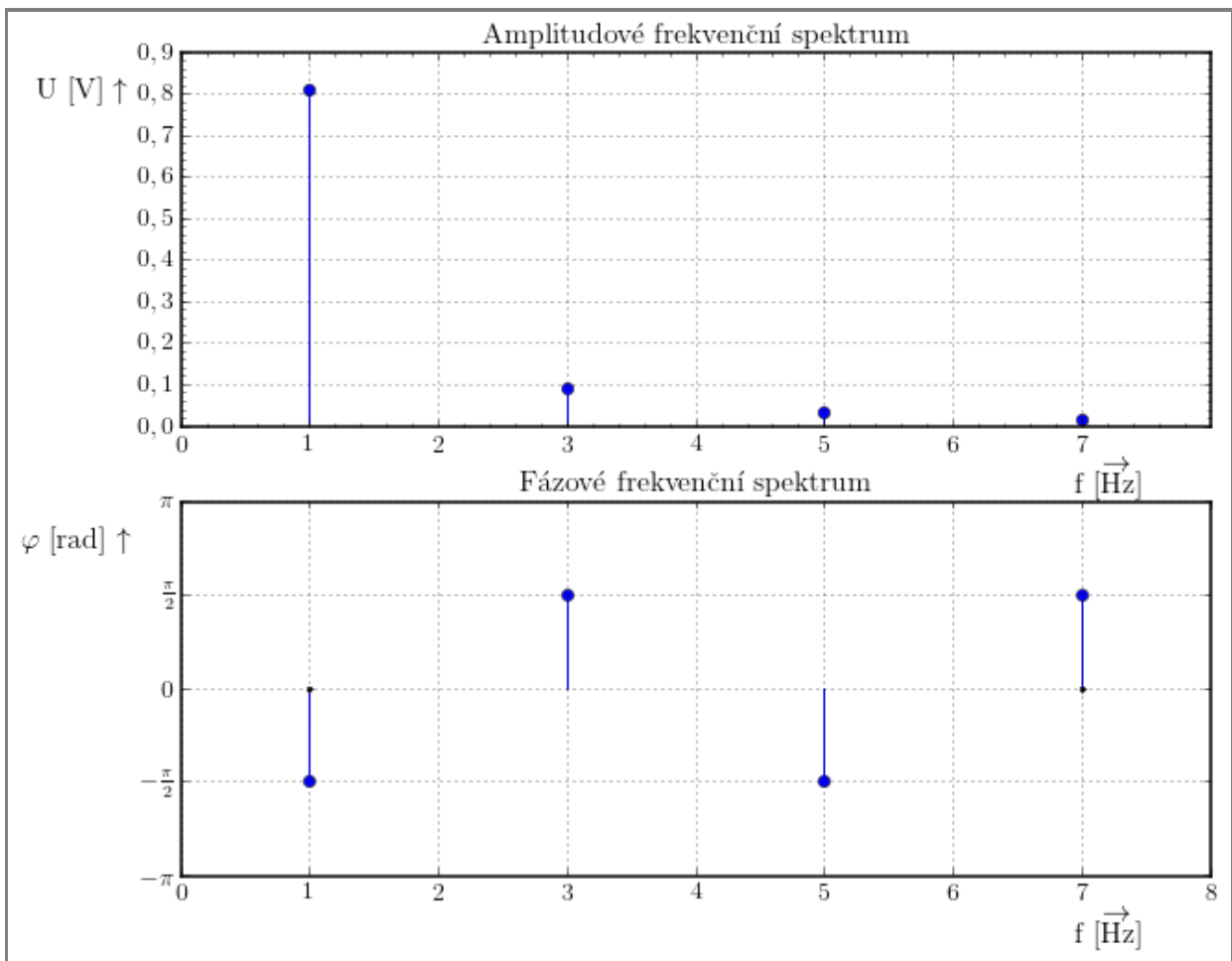


... dostáváme trojúhelníkový časový průběh.



Spektrum

Pokud amplitudy jednotlivých harmonických složek zakreslíme do obrázku, dostaneme tzv. amplitudové a fázové frekvenční spektrum. Každá spektrální čára představuje jednu harmonickou složku (tedy její velikost nebo fázi).



Všimněte si prosím, že **na vodorovné ose je frekvence**. Spektrální čáry, které jsou na obou dvou obrázcích pod sebou patří k sobě a představují jednu harmonickou složku – tedy její amplitudu a fázi.

Obrázky by měli korespondovat s matematickým vztahem uvedeným na začátku:

$$u(t) = U_0 + U_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + U_2 \cos(2\omega_1 t + \varphi_2) + U_3 \cos(3\omega_1 t + \varphi_3) + \dots$$

Rozdíl je pouze v tom, že konkrétně pro trojúhelníkový časový průběh je velikost každé sudé harmonické složky nulová. V amplitudovém frekvenčním spektru tedy můžeme číst hodnoty U_1 , U_3 , U_5 a U_7 . Ve Fázovém frekvenčním spektru zase hodnoty φ_1 , φ_3 , φ_5 a φ_7 .

Přesto, že i pro plný popis signálu je třeba i fázové i amplitudové frekvenční spektrum, mnohem častěji se udává a je mnohem důležitější amplitudové frekvenční spektrum. To totiž říká, **jak velká energie je obsažena (nesena) na určité frekvenci**.

Python kód, který vytvořil obrázky:

[Harmonicka analyza--trojuhelnik](#)